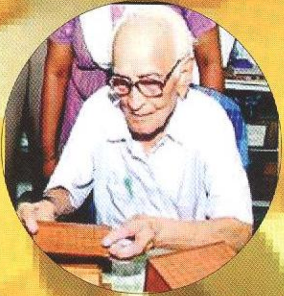
आधुनिक भारतीय गणिती



स. पां. देशपांडे

नचिकेत प्रकाशनाची संग्राह्य ग्रंथसंपदा!

किं. ५० रू. | किं. ५० रू. | किं. ६० रू. | किं. ३० रू. | किं. ३०० रू.

किं. ४५ रू. | किं. ६० रू. | किं. १२५ रू. | किं. १०० रू. | किं. ८५ रू.

किं. ५० रू. | किं. ४० रू. | किं. ५० रू. | किं. ९० रू. | किं. ११५ रू.

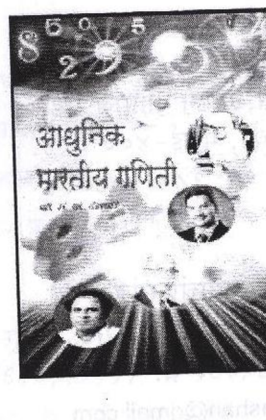
किं. १२५ रू. | किं. ९० रू. | किं. १२५ रू. | किं. १२५ रू. | किं. ६० रू.

किं. ५० रू. | किं. ५० रू. | किं. ५० रू. | किं. २०० रू. | किं. २०० रू.

किं. २०० रू. | किं. १७५ रू. | किं. १३० रू. | किं. १०० रू. | किं. २०० रू.

देशपांडे
१८-६-२०११

आधुनिक भारतीय गणिती



लेखक

श्री. स.पां. देशपांडे

नचिकेत प्रकाशन
नागपूर - ४४० ०१५

आधुनिक भारतीय गणिती

- प्रकाशन क्र. ८०
- प्रथम आवृत्ती
  ४ एप्रील २०११, चैत्र शु. प्रतिपदा, युगाब्द ५११३
- ISBN : 978-93-80232-46-1
- लेखक
  श्री. स.पां. देशपांडे
  १६, लौकिक सहनिवास, गाडगे महाराज रोड,
  फाळके रस्ता, दादर (पूर्व), मुंबई-४०० ०१४.
  ☎: ०२२-२४१५०२६८ भ्र.: ९८७०००७०२२
- प्रकाशक व मुद्रक
  नचिकेत प्रकाशन : अनिल रामचंद्र सांबरे
  २४, योगक्षेम ले-आऊट, स्नेह नगर, वर्धा रोड, नागपूर -४४० ०१५.
  टेलीफॅक्स :०७१२-२२८५४७३ भ्र. ९२२५२१०१३०
  Email : nachiketprakashan@gmail.com
  Visit : nachiketprakashan.wordpress.com
- © सर्व हक्क लेखकास्वाधीन
- किंमत
  १४०/- रु.

नचिकेत प्रकाशनाच्या नवनवीन पुस्तकांची माहिती लगेच
मिळविण्यासाठी कृपया आपला पत्ता, फोन नंबर किंवा Email Address
आमच्या nachiketprakashan@gmail.com वर पाठवावा.
किंवा ☎: ०७१२-२२८५४७३ भ्र. ९२२५२१०१३०
या फोनवर आमच्याशी थेट संपर्क साधावा.
Visit : nachiketprakashan.wordpress.com

अनुक्रमणिका

१	लोकमान्य टिळकांचे गुरू गणिती केरूनाना छत्रे	(१८२४-१८८४)	७
२	राजकारणी संख्याशास्त्रज्ञ गणेश व्यंकटेश जोशी	(१८५१-१९११)	१४
३	गणिताचे व्यासंगी लोकमान्य टिळक	(१८५६-१९२०)	१९
४	हार्डी-रामानुजन यांचा लक्षणीय पत्रव्यवहार	(१८८७-१९२०)	२५
५	रँग्लर र.पु. परांजपे यांच्या विक्रमाची शताब्दी !	(१८७६-१९६६)	३२
६	गुरुकुल परंपरेतले गणिताचार्य रँग्लर द.वा. केरकर	(१९०२-१९७४)	३७
७	एक अष्टपैलू व्यक्तिमत्व प्रा.ल.वा. गुर्जर	(१९०९-१९८२)	४१
८	कापरेकर अभिसरण	(१९०५-१९८६)	४५
९	विमा गणिती प्रा. गो.श्री. दिवाण	(१९०१-१९८७)	५४
१०	पहिल्या सापेक्षवाद संशोधन केंद्राचे संस्थापक प्रा.वि.वा.नारळीकर	(१९०८-१९९१)	५८
११	थोर गणिती विचारवंत प्रा.द.भ. वाघ	(१९१४-१९९४)	६४
१२	कुशाग्र बुद्धिमत्तेचे वरदान लाभलेले डॉ. अच्युत शंकर आपटे	(१९१९-२०००)	६८
१३	आकडेमोडीचा आशिक ! प्रा. देवव्रत लाहिरी	(१९१३-२००३)	७२
१४	वैद्य मेट्रिकचे जनक डॉ. पी. सी. वैद्य	(१९१८-२०१०)	७८
१५	गणितातील भीष्म पितामह प्रा. अण्णास्वामी रंगनाथ राव	(१९०७-)	८३
१६	अलौकिक प्रतिभेचा आविष्कार डॉ. सी.आर. राव	(१९२०-)	८६
१७	संख्याशास्त्राला नवी दिशा देणारे डॉ. विद्याधर गोडांबे	(१९२६-)	९१
१८	गणित इतकं सोपं करणारे प्रा. मनोहर राईलकर	(१९२९-)	९६
१९	एका गणितज्ञाचे सहस्त्रचंद्र दर्शन डॉ. श्रीराम अभ्यंकर	(१९३०-)	१०३
२०	चतुरस्त्र संख्याशास्त्रज्ञ डॉ. बळवंत केशव काळे	(१९३३-)	१०६
२१	२००७ चे आबेल पारितोषिक विजेते डॉ. श्रीनिवास वर्धन	(१९४०-)	१११
२२	आंतरराष्ट्रीय कीर्तीचे गणितज्ज्ञ डॉ. श्रीकृष्ण गोपाळ दाणी	(१९४७-)	११४
२३	गणिताची परंपरा समृद्ध करणारे डॉ. नरेंद्र करमरकर	(१९५७-)	११८
२४	गणिती संशोधक डॉ. सुधीर घोरपडे	(१९६३-)	१२२
२५	फर्मा पारितोषिक मिळविणारे डॉ. चंद्रशेखर भालचंद्र खरे	(१९६८-)	१२५
२६	भटनागर पुरस्कार विजेते डॉ. कपिल परांजपे		१३१

मनोगत

१९५६ पासून म्हणजे गेली ५५ वर्षे मी गणितावर मराठी भाषेत लेख लिहू लागलो. बरेच प्रासंगिक किंवा उत्स्फूर्त. पहिला लेख पुण्याच्या एम.ई.एस. कॉलेज (हल्लीचे गरवारे कॉलेज) नियतकालिकासाठी 'हिंदूंची गणन पद्धती' या विषयावर, हल्लीची संख्या चिन्हं येण्यापूर्वी, निरनिराळ्या आकृत्या-चिन्हं यांनी कशी दर्शविली जात असत त्या संबंधीचा होता. त्याच्यानंतर त्या नियतकालिकाचे संपादक प्रसिद्ध समीक्षक प्रा.श्री.के. क्षीरसागर यांनी पुढील वर्षी पुन्हा गणितावर लेख मागितला. याचा अर्थ मागच्या लेखाच्या पसंतीची पावतीच म्हणायची. तेव्हा, भारतीयांनी जगाला दिलेल्या शून्याच्या देणगी संबंधी - आमच्या पूर्वज्यांच्या शून्यविषयक कल्पना- लिहिले. अशाप्रकारे मी गणितावर लिहू लागलो.

नंतर मी मुंबईस व्ही.जे.टी.आय. या प्रसिद्ध अभियांत्रिकी महाविद्यालयात १९५७ पासून गणित शिकवू लागलो. तेथे प्रा.ल.वा. गुर्जर नावाचे गणित विभाग प्रमुख होते. त्यांच्या अंगी गणितात अनेकविध विषयावर लिहिण्याची कला होती; ज्यांच्याकडून काही गुण घ्यावेत असे लेखन, वाचन अभ्यासाचे गुण त्यांच्यात होते. मला ते पुढील वाटचालीस उपयोगी पडले.

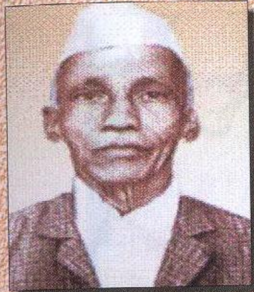
पुढे १९७३ पासून महाराष्ट्र टाईम्स, लोकसत्ता, सकाळ, गावकरी, मराठी विज्ञान पत्रिका यातून माझे लेख प्रसिद्ध होऊ लागले. तरी गणित हा विषय वारंवार लिहून लेखक म्हणून प्रसिद्धीच्या वलयात राहण्याचा नाही. सारांश, अधूनमधून सातत्यानं लिहित राहिलो. त्याचा परिपाक म्हणजे २१ जून २००९ रोजी मुंबई मराठी पत्रकार संघानं वर्तमानपत्रातून सातत्यानं ५० वर्षे गणिती लेखन करण्याबद्दल त्यांचं सन्माननीय सदस्यत्व मला प्रदान केले.

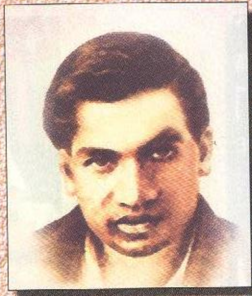
अशा प्रसंगोपात लिहिलेल्या लेखातून व्यक्तिगत स्वरूपाचे, गणितज्ञांची कामगिरी विशद करणारे लेख निवडले तर काही या पुस्तकासाठी नव्यानं लिहून श्री. सांबरे यांच्या विनंतीवरून दिले. त्यात काही संशोधक व अभ्यासक आहेत. वाचकांना, अभ्यासकांना त्यावरून स्फूर्ती घेता आली तर मी घेतलेल्या परिश्रमाचं सार्थक झालं असं वाटेल.

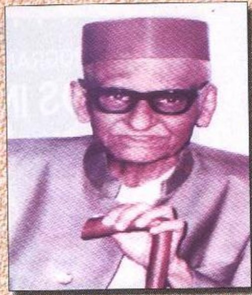
प्रकाशकांनी थोडक्या कालावधीत सुरेख पुस्तक काढल्याबद्दल ते व मुद्रक यांना धन्यवाद.

– स.पां. देशपांडे

आधुनिक भारतीय गणिती


श्री. कापरेकर

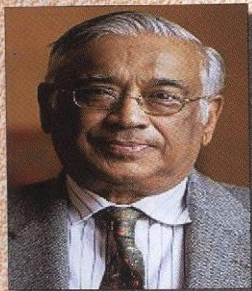

श्री. रामानुजन


प्रा. गो. श्री दिवाण

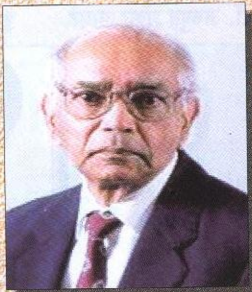
डॉ. श्रीराम अभ्यंकर

प्रा. वि. वा. नारळीकर

प्रा. मनोहर राईलकर


डॉ. श्रीनिवास वर्धन

डॉ. विद्याधर गोडांबे


डॉ. सी. आर राव

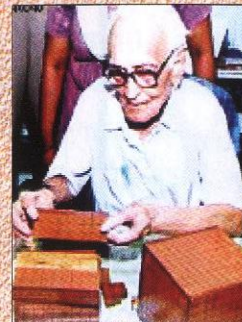
डॉ. कपिल परांजपे

डॉ. सुधीर घोरपडे

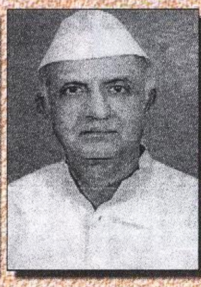
लोकमान्य टिळक

आधुनिक भारतीय गणिती

डॉ. बळवंत केशव काळे


प्रा. अण्णास्वामी रंगनाथ राव

डॉ. अच्युत शंकर आपटे

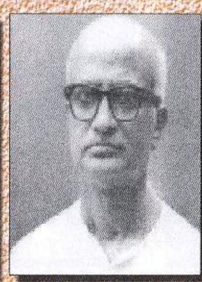

डॉ. पी. सी वैद्य

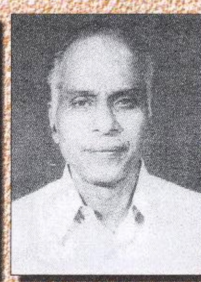
डॉ. चंद्रशेखर भालचंद्र खरे

डॉ. नरेंद्र करमरकर

रँ. र.पु. परांजपे

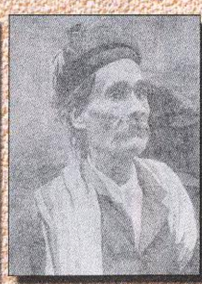
प्रा. केरूनाना छत्रे

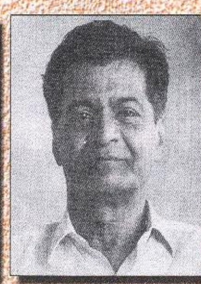

प्रा. देवव्रत लाहिरी


प्रा. द.भ. वाघ

डॉ. श्रीकृष्ण गोपाळ दाणी

रँ. द.वा. केरकर


गणे श व्यंकटेश जोशी


प्रा. ल. वा. गुर्जर

अनन्य व तनया

या माझ्या

नातींना

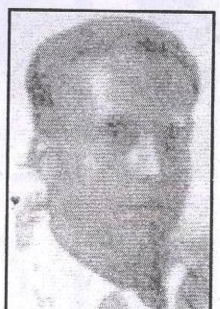
दादा आजोबा

काशिनाथ रा. गुंजीकर
गणिताचा निष्ठेने पाठपुरावा. त्यांनी सुरू केलेल्या गणित संस्थेचे कार्य अजून चालू आहे

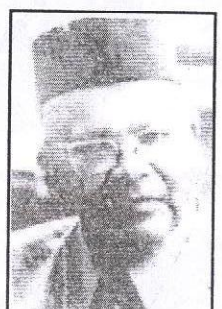
दादासाहेब चि. पावटे
विविध क्षेत्रांतील कार्याने झळाळून उठलेली कारकिर्द

गणेश स. महाजनी
शिक्षण क्षेत्रातील भरीव कामगिरी पण गणित संशोधनाचा त्यांचा ध्यास का सुटला?

नगीनदास शहा
भौतिक सुखाचा अव्हेर करून जाणुनबुजून पत्करलेला गरिबीचा शिक्षकी पेशा!



दत्तराम वा. केरकर
पुण्याच्या कॉलेजमध्ये गणिताच्या अध्यापनाचा अखंड नंदादीप



विष्णू वा. नारळीकर– पट्टीचे संशोधक
त्यातूनच निर्माण झालं त्यांचं बनारसचं व्यापक सापेक्षतावाद संशोधन केंद्र

१

लोकमान्य टिळकांचे गुरू गणिती केरूनाना छत्रे

(१८२४-१८८४)

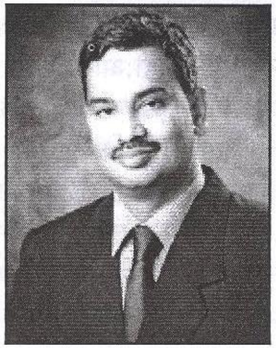
गणित आणि खगोल विज्ञानात आपल्याकडच्या संशोधकांनी मांडलेले विचार प्रा. केरूनाना छत्रे यांनी इंग्रजी ज्ञानाच्या कसोटीवर पडताळून पाहिले. उपलब्ध असलेल्या वेधयंत्रांच्या मदतीने त्यांनी या ग्रंथातील सत्ये तपासून पाहिली आणि आपलेही विचार मांडणारे ग्रंथ लिहिले. शाळेतल्या विद्यार्थ्यांसाठी त्यांनी गणित आणि पदार्थ विज्ञानावरील पुस्तके लिहिली. विद्यार्थ्यांनी हाताने प्रयोग करण्यावर त्यांनी भर दिला. शास्त्रीय विषय जिज्ञासूंना समजण्यास सोपे जावेत म्हणून केरूनाना आकृत्या, कोष्टके यांचा उपयोग करीत. 'ग्रहसाधनांची कोष्टके', 'कालसाधनांची कोष्टके', 'कुभ्रम निर्णय', 'तिथी चिंतामणी', हे त्यांचे ज्योतिषशास्त्र विषयक ग्रंथ प्रसिद्ध आहेत. पंचांग शुद्धीकरणाच्या उपक्रमास त्यांच्या जीवनात महत्वाचे स्थान होते.

इंग्रजांचा अंमल सुरू झाल्यावर आपल्या कर्तबगारीच्या जोरावर जी मंडळी

२४

गणिती संशोधक डॉ. सुधीर घोरपडे

(१९६३-)



इ.स. २०१० वर्ष सरताना 'नॅशनल अॅकेडमी ऑफ सायन्सेस' या भारतातल्या मातब्बर विज्ञान संस्थेनं मुंबईच्या आय.आय.टी. मधील प्रा. डॉ. सुधीर रमाकांत घोरपडे यांना फेलो म्हणून निवडून त्यांच्या आजवरच्या गणिती संशोधन कार्याचा गौरव केलेला आहे.

प्रयोगक्षम नसलेल्या गणितासारख्या किचकट व रूक्ष विषयात हाती घेतलेल्या समस्येची उकल होऊन त्या संशोधनाची पूर्तता झाली किंवा कसे ते ठरवण्यासाठी मिळालेले निष्कर्ष व्यापकरित्या सत्य ठरतात की नाही ते पडताळून पहावे लागतात. त्याशिवाय एखादं तत्वं अथवा निष्कर्ष प्रस्थापित होऊ शकत नाही. असं झालं की मगच काम पूर्ण झाल्याचा विश्वास टाकता येतो, एरव्ही नाही. अशी दीर्घकालीन कंटाळवाणी प्रक्रिया चालणाऱ्या विषयात वयाच्या अगदी २२/२३ व्या वर्षापासून घोरपडे संशोधन कार्यात निमग्न आहेत, ही खरोखर कौतुकाची बाब आहे. मुंबईच्या आय.आय.टी. मधून १९८४ साली एम.एस्सी. ला रजतपदकासह प्राविण्य मिळवल्यावर पुढे अमेरिकेतल्या पर्ड्यू विद्यापीठातले नामवंत गणितज्ञ डॉ. श्रीराम अभ्यंकर यांच्या मार्गदर्शनाखाली पीएच.डी. साठी बैजिक भूमितीतला गहन पोटविषय त्यांनी निवडला. तेव्हापासूनच खऱ्या अर्थानं घोरपडे यांच्या संशोधन कार्यास शुभारंभ झाला, असे म्हणणं उचित ठरेल.

अल्जिब्राईक जॉमेट्री, कॉंबिनॅटोरिक्स, कोडिंग थियरी आणि कम्युटेटिव्ह अल्जिब्रा हे घोरपडे यांच्या संशोधनाचे आवडीचे विषय आहेत. मात्र गेली २१ वर्षे आय.आय.टी. त आणि त्याआधी १९८४ पासूनच पीएच.डी. करताना अध्यापक अथवा संशोधन मदतनीस म्हणून त्यांनी अध्यापनास सुरुवात केलेली आहे. ह्या सर्व कालावधीत गणिताच्या शाखोपशाखातल्या अनेक प्राथमिक विषयांपासून लीनीयर, अॅबस्ट्रॅक्ट तसेच कम्युटेटिव्ह अल्जिब्रा या आधुनिक बीजगणिताच्या उपशाखा, कॉम्प्लेक्स व रियल अॅनालिसीस, जनरल टोपोलॉजी आणि अल्जिब्राइक नंबर थियरी हेही गहन विषय त्यांच्या शिकवण्यात असतात. या बरोबरच गेली बरीच वर्ष त्यांनी भारतीय व परदेशी विद्यापीठ आणि संशोधन संस्थांमधून अभ्यागत प्राध्यापक म्हणून अनेक विषयांचे अल्पकालीन अभ्यासक्रम राबवलेले आहेत.

डॉ. घोरपडे यांचे संशोधन स्थुलमानाने तीन प्रमुख क्षेत्रात विभागता येईल. ती अशी, १) यंग टॅब्लो व डिटरमिनंटल व्हरायटीज तसेच शूबर्ट व्हरायटीज, २) काऊंटींग पॉईंटस् ऑफ व्हरायटीज ओव्हर फायनाईट फिल्डस्, ३) लिनियर एरर करेक्टिंग कोडस्. या प्रत्येक क्षेत्रात त्यांनी केलेल्या योगदानाचे तपशीलवार विवेचन केल्यास ते जाणकार वाचकांनाही आकलनास जड जाईल. त्यामुळे अनेक ख्यातकिर्त आंतरराष्ट्रीय नियतकालिकात प्रसिद्ध झालेले शोधनिबंध, अमेरिकेतील एम.आय.टी. च्या प्रा. रोटा यांची शिफारसपत्रे, फ्रेंच गणितज्ञ प्रा. जिल लॅश्यू यांच्यासोबत केलेल्या लॅंगवेल तार्किकेच्या सिद्धते-संदर्भात, फिल्डस् व आबेल पारितोषिक विजेते प्रा. सेर यांनी 'खरोखर चित्तवेधक' हे काढलेले उद्गार यावरून पाश्चात्य तज्ञांनी घोरपडे यांच्या कामाची केलेली भलावण ध्यानात येईल. याशिवाय घोरपडे - लॅश्यू जोडीने शोधलेले शूबर्ट कोडस् आणि त्यांच्याशी संबंधित सुचवलेली तार्किका याकडे चीन, इटली, नॉर्वे, डेन्मार्क इथल्या गणितज्ञांनी लक्ष पुरवून ती सिद्ध करण्याचा व अंशतः काही निर्णय मिळवण्याचा प्रयत्न केलेला आहे. यावरून आंतरराष्ट्रीय गणिती वर्तुळात घोरपडे यांच्या शोधकार्याला किती महत्व दिलं जाते, ते आपल्या लक्षात येईल.

तरुणवयातच घोरपडे यांना अनेक प्रमुख संस्थांचे पुरस्कार व संशोधनासाठी अनुदानं मिळालेली आहेत. त्यात ज्याचा उल्लेख केला पाहिजे तो म्हणजे २००३ साली स्वीडनमध्ये भरलेल्या 'फॉर्मल पॉवर सीरीज अॅंड अॅल्जिब्राईक कॉंबिनॅटोरिक्स' वरील १५ व्या आंतरराष्ट्रीय परिषदेने स्वीकारलेल्या शोधनिबंधाची दोन निनावी तज्ज्ञ परीक्षकांनी स्वतंत्रपणे जी छाननी केली त्यात रशियन गणितज्ञ प्रा. फासमन यांच्या जोडीने लिहिलेला शोध निबंध अव्वल दर्जाचा ठरला! अशाप्रकारे गणिती संशोधनात पूर्णतया गढलेल्या ह्या संशोधकास तरुण वयातच देशी-परदेशी विद्यापीठं व संशोधन संस्थातून निमंत्रित

व्याख्याते व परिषदातून शोधनिबंध सादर करण्यासाठी आजवर ऑस्ट्रीया, ब्राझील, चीन, डेन्मार्क, फ्रान्स, जर्मनी, इटली, मेक्सिको, नॉर्वे, स्पेन, स्वीडन, इंग्लंड, अमेरिका इ. देशात दोनशेहून अधिक ठिकाणी पाचारण करण्यात आलेलं आहे.

आतापर्यंत एम.एस्सी., एम.फिल व पीएच.डी. साठी मार्गदर्शक म्हणून डॉ. घोरपडे यांच्या हाताखालून एकूण २५ विद्यार्थी गेलेले आहेत. उच्च गणितातील संशोधनाव्यतिरिक्त सर्वसाधारण विद्यार्थ्यांच्या हिताचे व उपयोगाचे अनेक प्रकारचे प्रयत्न डॉ. घोरपडे वारंवार करत आले आहेत. उदाहरणार्थ मुंबई विद्यापीठाच्या बी.ए./बी.एससी. च्या गणिताच्या अभ्यासक्रमातील बरेच मूलभूत स्वरूपाचे बदल घडवून आणण्यात डॉ. घोरपडे यांचे महत्वाचे योगदान राहिले आहे.

पाठ्यपुस्तकात न्यूयॉर्कच्या स्प्रिंगर प्रकाशनाने काढलेली i) ए कोर्स इन कॅलक्युलस अँड रियल ॲनालिसीस व ii) ए कोर्स इन मल्टीव्हेरीएट कॅलक्युलस अँड ॲनालिसीस ही प्रो.बी.व्ही. लिमये यांच्या बरोबर लिहिलेल्या पुस्तकाचे एक लेखक म्हणून डॉ. घोरपडे यांचा सहभाग आहे. ही दोन्ही पुस्तके जरी आंतरराष्ट्रीय स्तरावर खापणारी असली तरी त्यांची माफक किंमतीतील भारतीय आवृत्ती आपल्या देशातील विद्यार्थ्यांना उपलब्ध होईल, हे त्यांनी कटाक्षाने पाहिले आहे. त्यांच्या या पुस्तकांपैकी 'ए कोर्स इन कॅलक्युलस अँड रियल ॲनालिसीस' वर ऑस्ट्रेलियन मॅथेमॅटीकल सोसायटीच्या 'गॅझेट' नियतकालिकात प्रो. एन.जे. विल्डरबर्गर यांनी केलेल्या परीक्षणात नमूद केले आहे की, ''माध्यमिक शाळेच्या गणितापासून आरंभ करून विद्यार्थ्यांना रस वाटेल अशा भाषेत सुधारित पद्धतीनं विषयाचे अंतरंग उलगडून दाखवित तो विकसित केलेला असून कळनाचं प्राथमिक ज्ञान असणाऱ्यांना सखोल अभ्यासासाठी व अध्यापकांना संदर्भासाठी अतिशय उपयुक्त ठरणार आहे. नेमका व माहितीपूर्ण मजकूर आणि सैद्धांतिक व उपयोजित भागांचा साधलेला समतोल हे आणि काळजीपूर्वक निवड केलेल्या प्रश्नसंग्रहात दिलेली परिपाठातील सैद्धांतिक उदाहरणं ही या पुस्तकांची वैशिष्ट्ये आहेत.''

या पाठ्यपुस्तकांव्यतिरिक्त डॉ. घोरपडे यांनी लिहिलेल्या लेक्चर नोटस् त्यांच्या वेबसाइटवर http://www.math.iitb.ac.in./nsrg/ वर उपलब्ध आहेत.

फर्मा पारितोषिक मिळविणारे डॉ. चंद्रशेखर भालचंद्र खरे

(१९६८-)

मुंबईच्या सेंट मेरी कॅथेड्रल कॉन्व्हेंट शाळेतून विशेष नैपुण्यानं शालांत परीक्षा उत्तीर्ण झाल्यावर खरे यांनी मुंबईच्याच जयहिंद महाविद्यालयातून अकरावी-बारावीचा अभ्यासक्रम पुरा केला. मात्र बारावीच्या परीक्षेला अटीतटीनं तोंड द्यायची त्यांना गरज पडली नाही. केवळ ८५ टक्के गुण मिळवून वरच्या स्तरात राहणं त्यांना पुरेसं होतं. कारण त्यांचं ध्येय ठरलेलंच होतं. ते म्हणजे बारावीत असतानाच खरे यांनी मुंबईतल्या विज्ञान संस्थेच्या गणित विभागाचे प्रमुख ख्यातनाम गणिती कै. प्रा. मो. शं. हुजूरबाजार यांच्या मार्गदर्शनाखाली केंब्रिज विद्यापीठाच्या गणित ट्रायपॉस अभ्यासक्रमाची प्रवेश परीक्षा दिली होती. प्रा. हुजूरबाजारांनी करवून घेतलेल्या कसून मेहनतीचा परिपाक म्हणजे खरे यांची १९८६ साली गणित ट्रायपॉस साठी निवड झाली! स्वातंत्र्यपूर्व काळात इंग्लंडला जाऊन आय.सी.एस., बॅरिस्टर नाहीतर रँग्लर होण्याचं भारतीय तरुणांचं स्वप्न असे- मात्र रँग्लर होण्यासाठी जाणारे